C. R. Acad. Sci. Paris, t. 326, Série II *b*, p. 191-196, 1998
Acoustique, ondes, vibrations/*Acoustics, waves, vibrations*

MÉCANIQUE / *MECHANICS*

Principe d'absorption limite pour l'opérateur de Maxwell dans un milieu bihomogène

Éric SOCCORSI

Laboratoire d'analyse, topologie, probabilités, UMR CNRS 6632, Centre de mathématiques et d'informatique, université de Provence, 39, rue Joliot-Curie, 13453 Marseille cedex 13, France

(Reçu le 29 septembre 1997, accepté le 12 décembre 1997)

Résumé. L'opérateur de Maxwell $\mathscr{A}$ décrit la propagation d'ondes électromagnétiques 3D dans un guide cylindrique infini de section rectangulaire, le milieu de propagation étant simplement stratifié. L'analyse spectrale de cet opérateur met en évidence une famille dénombrable de points du spectre appelés seuils, et permet de montrer que la résolvante $R_{\mathscr{A}}(z) = (\mathscr{A} - z)^{-1}$, Im $(z) \neq 0$ peut ensuite être prolongée (« principe d'absorption limite ») continûment, pour une topologie adaptée, à chaque demi-plan complexe privé de l'origine. En particulier, ce prolongement est valable aux seuils. © Académie des Sciences/Elsevier, Paris

milieu stratifié / ondes électromagnétiques / analyse spectrale / seuils / principe d'absorption limite

Limiting absorption principle for the Maxwell Operator in a bi-homogeneous medium

Abstract. *We consider the Maxwell operator $\mathscr{A}$ that describes 3D electromagnetic wave propagation in an infinite cylindrical wave guide with a rectangular section, where the medium is made of two homogeneous parts separated by a vertical interface. The spectral analysis of this operator points out a countable family of real numbers in the spectrum called thresholds, and the resolvent operator $R_{\mathscr{A}}(z) = (\mathscr{A} - z)^{-1}$, Im $(z) \neq 0$, can be extended ('limiting absorption principle') continuously to the lower or upper half-planes (origin excepted) in a suitable weighted L^2-topology. In particular, this continuity holds at the thresholds. © Académie des Sciences/Elsevier, Paris*

stratified medium / electromagnetic waves / spectral analysis / thresholds / limiting absorption principle

Note présentée par Évariste SANCHEZ-PALENCIA.

Abridged English Version

Let $\Omega_T =]0, a[\times]0, b[$, where $0 < a \leqslant b$. We study the spectral properties of the '3D-Maxwell operator' associated with a stratified domain $\Omega = \Omega_T \times \mathbb{R}$. Precisely, the dielectric permittivity ε and the magnetic permeability μ are supposed constant in $\Omega_T \times]-\infty, 0[$ and $\Omega_T \times]0, +\infty[$ with respective strictly positive values ε_1, μ_1 and ε_2, μ_2. We assume the wave velocity $c^2 = (\varepsilon\mu)^{-1}$ satisfies $c_1 < c_2$.

This operator has a self-adjoint realization in $L^2(\Omega)^3$ endowed with norm $\| u \|_\varepsilon = \| \varepsilon^{\frac{1}{2}} u \|_{L^2(\Omega)^3}$:

$$\begin{cases} D(\mathscr{A}) = \{ u \in H(\mathrm{rot}\,; \Omega), \mu^{-1} \mathrm{rot}\, u \in H(\mathrm{rot}\,; \Omega), u \wedge \nu_{|\partial\Omega} = 0 \} \\ \forall u \in D(\mathscr{A}), \mathscr{A} u = \varepsilon^{-1} \mathrm{rot}\,(\mu^{-1} \mathrm{rot}\, u) \end{cases}$$

where $H(\mathrm{rot}\,; \Omega) = \{ u \in L^2(\Omega)^3, \mathrm{rot}\, u \in L^2(\Omega)^3 \}$. But, since $(\ker \mathscr{A})^\perp$ is equal to the $\mathscr{A}$-stable space $H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)0\,; \Omega) = \{ u \in L^2(\Omega)^3, \mathrm{div}\,(\varepsilon u) = 0 \}$, the study can be restricted to $\mathscr{B} = \mathscr{A}_{|H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)0\,;\,\Omega)}$.

Next, we prove the existence of a countable family $\{ \mathscr{B}_{n,m}, n + m \geqslant 1 \}$ of self-adjoint operators in a closed subset $V_{n,m}$ of $L^2(\mathbb{R})$ or $L^2(\mathbb{R})^3$ with a unitary transform $v \mapsto \mathscr{V} v = \{ v_{n,m} \}_{n+m \geqslant 1}$ from $H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)0\,; \Omega)$ onto $\bigoplus_{n+m \geqslant 1} V_{n,m}$, such that any function v of $H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)\,0\,; \Omega)$ belongs to $D(\mathscr{B})$ if and only if each $v_{n,m}$ is in $D(\mathscr{B}_{n,m})$ and $\sum_{n+m \geqslant 1} \| \mathscr{B}_{n,m} v_{n,m} \|^2_{V_{n,m}} < \infty$. In this case, we have $(\mathscr{B} v)_{n,m} = \mathscr{B}_{n,m} v_{n,m}$ for $n + m \geqslant 1$. And, since the spectrum of the reduced operator $\mathscr{B}_{n,m}$ is $\sigma(\mathscr{B}_{n,m}) = [c_1^2 q_{n,m}^2, +\infty[$, where $q_{n,m}^2$ is $\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2$, operator $\mathscr{B}$ also has the continuous spectrum:

$$\sigma(\mathscr{B}) = \overline{\bigcup_{n+m \geqslant 1} \sigma(\mathscr{B}_{n,m})} = \left[c_1^2 \left(\frac{\pi}{b}\right)^2, +\infty\right[.$$

Furthermore, electromagnetic coefficients ε and μ being piecewise constant, we explicitly compute a complete family $\{ z \mapsto \phi^i_{n,m}(\lambda, .), i \leqslant N_{n,m}, \lambda \in I^i_{n,m} \}$ of generalized eigenfunctions of $\mathscr{B}_{n,m}$ where $N_{n,m} \leqslant 5$ and $I^i_{n,m}$ is one of the two open subintervals $]c_1^2 q_{n,m}^2, c_2^2 q_{n,m}^2[$ or $]c_2^2 q_{n,m}^2, +\infty[$ of $\sigma(\mathscr{B}_{n,m})$. In the following, the set $\{ c_1^2 q_{n,m}^2, c_2^2 q_{n,m}^2, n + m \geqslant 1 \}$ of thresholds is called $\mathscr{T}$. Next, we derive a useful spectral representation of $\mathscr{B}$ giving an operational expression of operator $R_{\mathscr{B}}(\zeta) = (\mathscr{B} - \zeta)^{-1}$, for any ζ in $\mathbb{C} \backslash \sigma(\mathscr{B})$:

$$\forall f, g \in H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)\,0\,; \Omega), \quad (R_{\mathscr{B}}(\zeta) f, g)_\varepsilon = \sum_{n+m \geqslant 1} \sum_{i=0}^{N_{n,m}} \int_{I^i_{n,m}} \frac{\tilde{f}^i_{n,m}(\lambda) \overline{\tilde{g}^i_{n,m}(\lambda)}}{\lambda - \zeta} \mathrm{d}\lambda,$$

where $\tilde{f}_{n,m}$ denotes the generalized Fourier coefficient of $f_{n,m}$ associated with $\phi^i_{n,m}$.

Now, let $L^2_s(\Omega) = \{ u, (1 + z^2)^{\frac{1}{2}s} u \in L^2(\Omega) \}$ for any real s, where z is the horizontal coordinate. Then, if we assume f in $H_s(\Omega) = H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)\,0\,; \Omega) \cap L^2_s(\Omega)^3$ for a given $s > \frac{1}{2}$, the function $\tilde{f}_{n,m}$ is Hölder-continuous on $I^i_{n,m}$, so that it is proved (limiting absorption principle) that under conditions $\mu \in \sigma(\mathscr{B})$ and $s > 1$, or $\mu \in \sigma(\mathscr{B}) \backslash \mathscr{T}$ and $s > \frac{1}{2}$, both limits $R^\pm_{\mathscr{B}}(\mu) = \lim_{\zeta \to \mu, \pm \mathrm{Im}(\zeta) > 0} R_{\mathscr{B}}(\zeta)$ exist in the $B(H_s(\Omega), H_{-s}(\Omega))$ norm-topology.

1. Introduction

La propagation d'ondes électromagnétiques 3D dans un milieu physique inhomogène Ω de permittivité diélectrique ε et de perméabilité magnétique μ est décrite par l'opérateur linéaire

$$\begin{cases} D(\mathscr{A}) = \{u \in H(\mathrm{rot}\,;\Omega),\, \mu^{-1}\,\mathrm{rot}\,u \in H(\mathrm{rot}\,;\Omega),\, u \wedge \nu_{|\partial\Omega} = 0\} \\ \forall u \in D(\mathscr{A}),\, \mathscr{A}u = \varepsilon^{-1}\,\mathrm{rot}\,(\mu^{-1}\,\mathrm{rot}\,u) \end{cases}$$

qui est autoadjoint dans $L^2(\Omega)^3$ muni de la norme $\|u\|_\varepsilon = \|\varepsilon^{1/2}u\|_{L^2(\Omega)^3}$, $H(\mathrm{rot}\,;\Omega)$ désignant l'espace $\{u \in L^2(\Omega)^3, \mathrm{rot}\,u \in L^2(\Omega)^3\}$. Nous examinons ici le cas particulier où Ω est un cylindre infini dont la section $\Omega_T =]0,a[\times]0,b[, 0 < a \leqslant b$ est contenue dans le plan $(0,x,y)$. Dans cette note, le point courant de Ω sera noté (x_T, z) avec $x_T = (x,y) \in \Omega_T$ et $z \in \mathbb{R}$.

Si les fonctions ε et μ dépendent seulement de $x_T \in \Omega_T$, l'existence de modes guidés nous permet de ramener l'étude de $\mathscr{A}$ à celle d'une famille d'opérateurs réduits $\{\mathscr{A}(\beta), \beta \in \mathbb{R}\}$ à résolvante compacte. Les valeurs propres de $\mathscr{A}(\beta)$ étant notées $\lambda_p(\beta), p \in \mathbb{N}$, chaque fonction $\beta \mapsto \lambda_p(\beta)$ est holomorphe sur $\mathbb{R}$. D'ailleurs, si on fait l'hypothèse supplémentaire $\varepsilon(x_T) = \varepsilon(x) = \varepsilon_i > 0$ et $\mu(x_T) = \mu(x) = \mu_i > 0$, i valant 1 ou 2 selon que x appartient à $]0,d[$ ou à $]d,a[$ pour $d \in]0,a[$ fixé, la connaissance explicite de la relation de dispersion nous permet alors de montrer que $\beta \mapsto \lambda_p(\beta)$ est une fonction paire, strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$. En reprenant alors la démarche exposée dans [1] pour l'opérateur acoustique, on démontre un principe d'absorption limite pour l'opérateur $\mathscr{A}$ sur $\mathbb{C}\backslash\{0\}$ privé d'une suite dénombrable de points appelés seuils.

En revanche, il n'existe pas de modes guidés lorsque les fonctions ε et μ dépendent de $z \in \mathbb{R}$. C'est pourquoi, nous allons examiner ici ce cas de figure. De plus, afin de faire des calculs totalement explicites, nous prendrons $\varepsilon(z) = \varepsilon_1 > 0$, $\mu(z) = \mu_1 > 0$ si $z < 0$ et $\varepsilon(z) = \varepsilon_2 > 0$, $\mu(z) = \mu_2 > 0$ si $z > 0$ avec $c_1^2 = \varepsilon_1^{-1}\mu_1^{-1} < c_2^2 = \varepsilon_2^{-1}\mu_2^{-1}$. On suppose également que $a \leqslant b$.

2. Réduction de $\mathscr{A}$ et introduction de la « condition de divergence nulle »

L'espace $H_{n,m}$ désignant respectivement $L^2(\mathbb{R})$ ou $L^2(\mathbb{R})^3$ selon que le couple (n,m) appartient à $\mathscr{N}_1 = (\{0\}\times\mathbb{N}^*) \cup (\mathbb{N}^*\times\{0\})$ ou à $\mathscr{N}_2 = \mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$, on construit explicitement une transformation unitaire $u \mapsto \mathscr{U}u = \{u_{n,m}\}_{n+m\geqslant 1}$ de $L^2(\Omega)^3$ sur $\bigoplus_{n+m\geqslant 1} H_{n,m}$ qui « réduit » l'opérateur $\mathscr{A}$, en ce sens qu'il existe une famille d'opérateurs $\mathscr{A}_{n,m}$ autoadjoints dans $H_{n,m}$ (muni de la norme $\|\,.\,\|\varepsilon$) tels que d'une part,

$$(u \in D(\mathscr{A})) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} (i) & \forall n+m \geqslant 1, u_{n,m} \in D(\mathscr{A}_{n,m}) \\ (ii) & \sum_{n+m\geq 1} \|\mathscr{A}_{n,m}u_{n,m}\|^2_{H_{n,m}} < \infty \end{pmatrix}$$

et d'autre part, $(\mathscr{A}u)_{n,m} = \mathscr{A}_{n,m}u_{n,m}$ pour tout $u \in D(\mathscr{A})$. Ce que nous résumerons désormais en écrivant $\mathscr{A} = \mathscr{U}^*\left(\bigoplus_{n+m\geqslant 1} \mathscr{A}_{n,m}\right)$.

Ensuite, posons $rot_{n,m}\varphi = \left(\frac{m\pi}{b}\varphi_3 - \varphi_2', \varphi_1' - \frac{n\pi}{a}\varphi_3, \frac{n\pi}{a}\varphi_2 - \frac{m\pi}{b}\varphi_1\right)$ pour tout couple (n, m) de $\mathbb{Z}^2$ et toute fonction φ de $H^1(\mathbb{R})^2 \times L^2(\mathbb{R})$. L'expression des opérateurs réduits $\mathscr{A}_{n,m}$, pour $n + m \geqslant 1$, se ramenant en fait à :

$$\begin{cases} D(\mathscr{A}_{n,m}) = \{u \in H^1(\mathbb{R})^2 \times L^2(\mathbb{R}), \mu^{-1}\,\mathrm{rot}_{n,m}\, u \in H^1(\mathbb{R})^2 \times L^2(\mathbb{R})\} \\ \forall u \in D(\mathscr{A}_{n,m}), \mathscr{A}_{n,m}\, u = \varepsilon^{-1}\,\mathrm{rot}_{-\mathrm{n},-\mathrm{m}}\,(\mu^{-1}\,\mathrm{rot}_{n,m}\, u) \end{cases}$$

si $(n, m) \in \mathscr{N}_1$ et à :

$$\begin{cases} D(\mathscr{A}_{n,m}) = \{u \in H^1(\mathbb{R}), \mu^{-1}\, u' \in H^1(\mathbb{R})\} \\ \forall u \in D(\mathscr{A}_{n,m}), \mathscr{A}_{n,m}\, u = \varepsilon^{-1}(-(\mu^{-1}\, u')' + q_{n,m}^2\, \mu^{-1}\, u) \end{cases}$$

sinon, on caractérise complètement l'espace $V_{n,m} = (\ker \mathscr{A}_{n,m})^{\perp}$ qui est stable par $\mathscr{A}_{n,m}$ et définit ainsi l'opérateur $\mathscr{B}_{n,m} = \mathscr{A}_{n,m|V_{n,m}}$. On en déduit alors :

LEMME 1. — *Le noyau de* $\mathscr{A}$ *s'écrit* $\nabla(H_0^1(\Omega))$ *si bien que son orthogonal est l'espace* $H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)\,0\,;\Omega) = \{u \in L^2(\Omega)^3, \mathrm{div}\,(\varepsilon u) = 0\}$. *De plus, la restriction* $\mathscr{V}$ de $\mathscr{U}$ à $H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)\,0\,;\Omega)$ *est une transformation unitaire sur* $\bigoplus_{n+m\geqslant 1} V_{n,m}$ *telle que* $\mathscr{B} = \mathscr{A}_{|H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)\,0\,;\Omega)} = \mathscr{V}^*\left(\bigoplus_{n+m\geqslant 1} \mathscr{B}_{n,m}\right)$.

Preuve. — Un calcul simple établit que $\ker \mathscr{A}_{n,m}$ est égal à $\left\{\left(\frac{n\pi}{a}v, \frac{m\pi}{b}v, v'\right), v \in H^1(\mathbb{R})\right\}$ lorsque $(n, m) \in \mathscr{N}_1$ et à $\{0\}$ si $(n, m) \in \mathscr{N}_2$. On déduit alors le résultat de l'égalité évidente $\ker \mathscr{A} = \mathscr{U}^*\left(\bigoplus_{n+m\geqslant 1} \ker \mathscr{A}_{n,m}\right)$. □

Ainsi $\sigma_p(\mathscr{A}) = \{0\} \cup \sigma_p(\mathscr{B})$, $\sigma_c(\mathscr{A}) = \sigma_c(\mathscr{B})$ et, si f désigne une fonction de $L^2(\Omega)^3$ à laquelle est associé l'unique couple (h, f') de $H_0^1(\Omega) \times H(\mathrm{div}\,(\varepsilon.)\,0\,;\Omega)$ tel que $f = \nabla h + f'$, nous pouvons lier $R_{\mathscr{A}}(\zeta) f = (\mathscr{A} - \zeta)^{-1} f$ à $R_{\mathscr{B}}(\zeta) f' = (\mathscr{B} - \zeta)^{-1} f'$ pour tout $\zeta \in \mathbb{C}\backslash\sigma(\mathscr{A})$ puisque :

$$\forall g \in L^2(\Omega)^3, (R_{\mathscr{A}}(\zeta) f, g)_\varepsilon = -\frac{1}{\zeta}(\nabla h, g)_\varepsilon + (R_{\mathscr{B}}(\zeta) f', g)_\varepsilon$$

Il suffit donc d'établir un principe d'absorption limite pour $\mathscr{B}$.

3. Représentation spectrale de $\mathscr{B}$

L'expression particulière des fonctions ε et μ autorise l'emploi de la méthode de Weyl–Kodaira développée dans [2]. Utilisée ici à l'identique de ce qui a été fait dans [1], elle établit que

$$\sigma(\mathscr{B}_{n,m}) = \sigma_c(\mathscr{B}_{n,m}) = [c_1^2\, q_{n,m}^2, +\infty[\; où\; q_{n,m}^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2$$

et fournit l'expression explicite d'un système complet de fonctions propres généralisées de $\mathscr{B}_{n,m}$, $\{z \mapsto \phi_{n,m}^i(\lambda\,; z), \lambda \in I_{n,m}^i, i = 0, \ldots, N_{n,m}\}$ où $N_{n,m} \leqslant 5$ et $I_{n,m}^i$ est l'un des deux sous-intervalles $]c_1^2\, q_{n,m}^2, c_2^2\, q_{n,m}^2[$ ou $]c_2^2\, q_{n,m}^2, +\infty[$ de $\sigma(\mathscr{B}_{n,m})$. Dans la suite, l'ensemble des seuils $\{c_1^2\, q_{n,m}^2, c_2^2\, q_{n,m}^2, n + m \geqslant 1\}$ sera noté $\mathscr{T}$.

Les fonctions précédentes définissent les coefficients de Fourier généralisés

$$\tilde{v}^i_{n,m} = L^2(I^i_{n,m}) - \lim_{X \to +\infty} \int_{-X}^{+X} \varepsilon(z)\, v(z)\, \overline{\phi^i_{n,m}(\,.\,;z)}\, \mathrm{d}z$$

de $v \in V_{n,m}$, coefficients qui permettent d'écrire une représentation spectrale explicite de $\mathscr{B}_{n,m}$:

$$\tilde{\mathscr{F}}_{n,m} \begin{cases} V_{n,m} \to \tilde{\mathscr{V}}_{n,m} = \bigoplus_{i=0}^{N_{n,m}} L^2(I^i_{n,m}) \\ v \mapsto (\tilde{v}^i_{n,m})_{i \in \{0,\dots,N_{n,m}\}} \end{cases}$$

On construit alors, à l'aide de $\tilde{\mathscr{V}}$, la représentation spectrale suivante de $\mathscr{B}$:

$$\tilde{\mathscr{F}} \begin{cases} H(\operatorname{div}(\varepsilon.)\,0\,;\Omega) & \to \tilde{\mathscr{V}} = \bigoplus_{n+m \geq 1} \tilde{\mathscr{V}}_{n,m} \\ v & \mapsto \{\tilde{\mathscr{F}}_{n,m} v_{n,m}\}_{n+m \geq 1} \end{cases}$$

Elle permet ensuite, grâce au théorème XIII.85 de Reed et Simon [3] qui relie $\sigma_c(\mathscr{B})$ à $\bigcup_{n+m \geq 1} \sigma_c(\mathscr{B}_{n,m})$, de caractériser le spectre de l'opérateur $\mathscr{B}$:

LEMME 2. — $\sigma(\mathscr{B}) = [c_1^2\left(\frac{\pi}{b}\right)^2, +\infty[$.

4. Principe d'absorption limite

La représentation spectrale $\tilde{\mathscr{F}}$ fournit une expression de $R_{\mathscr{B}}(\zeta)$ pour tout $\zeta \in \mathbb{C}\backslash\sigma(\mathscr{B})$:

$$\forall f, g \in H(\operatorname{div}(\varepsilon.)\,0\,;\Omega),\ (R_{\mathscr{B}}(\zeta)f, g)_\varepsilon = \sum_{n+m \geq 1} \sum_{i=0}^{N_{n,m}} \int_{I^i_{n,m}} \frac{\tilde{f}^i_{n,m}(\lambda)\, \overline{\tilde{g}^i_{n,m}(\lambda)}}{\lambda - \zeta}\, \mathrm{d}\lambda$$

les fonctions $\tilde{f}^i_{n,m}$ étant les coefficients de Fourier généralisés de f qui sont définis pour presque tout $\lambda \in I^i_{n,m}$ par $\tilde{f}^i_{n,m}(\lambda) = (\tilde{\mathscr{F}}_{n,m} f_{n,m})_i(\lambda)$.

Pour tout $s > \frac{1}{2}$, posons $L^2_s(\Omega)^3 = \{u \in L^2(\Omega)^3, (1+z^2)^{\frac{1}{2}s} u \in L^2(\Omega)^3\}$ et donnons-nous ensuite un compact K_s de $\mathbb{C}\backslash\{c_1^2 q^2_{n,m}, c_2^2 q^2_{n,m}, n+m \geq 1\}$ lorsque $s \in]\frac{1}{2}, 1]$ et de $\mathbb{C}$ si $s > 1$. Alors, si la fonction f appartient à l'espace $H(\operatorname{div}(\varepsilon.)\,0\,;\Omega) \cap L^2_s(\Omega)^3$ qui sera noté $H_s(\Omega)$ dans la suite, la mise en évidence des propriétés höldériennes des fonctions $\lambda \mapsto \tilde{f}^i_{n,m}(\lambda)$ permet de prouver l'existence d'une constante $C(K_s)$ indépendante de f qui vérifie :

$$\forall \zeta \in K_s \backslash \sigma(\mathscr{B}),\ \|R_{\mathscr{B}}(\zeta)f\|^2_{L^2_{-s}(\Omega)^3} + \|\operatorname{rot} R_{\mathscr{B}}(\zeta)f\|^2_{L^2_{-s}(\Omega)^3} \leq C(K_s)\ \|f\|^2_{L^2_s(\Omega)^3}$$

Cette majoration permet alors d'adapter la méthode exposée dans [4] afin d'aboutir au résultat final :

THÉORÈME (Principe d'absorption limite). — *Sous les conditions*

$$\begin{cases} \mu \in \sigma(\mathscr{B}) \text{ et } s > 1 \\ \text{ou bien} \\ \mu \in \sigma(\mathscr{B}) \backslash \mathscr{T} \text{ et } s > \frac{1}{2} \end{cases}$$

les deux limites $R^{\pm}_{\mathscr{B}}(\mu) = \lim_{\pm Im(\zeta) > 0,\, \zeta \to \mu} R_{\mathscr{B}}(\zeta)$ *existent pour la topologie de la norme dans l'espace* $B(H_s(\Omega), H_{-s}(\Omega))$.

On remarque que la condition $s > 1$ permet dans ce cas précis d'obtenir un principe d'absorption limite qui reste valable au voisinage des seuils. Enfin, les fonctions propres généralisées de $\mathscr{A}$ ainsi que l'expression de la résolvante et des noyaux de Green sont obtenues de façon totalement explicite, ce qui facilite l'approche numérique de ce problème.

Références bibliographiques

[1] Croc E., Dermenjian Y., Analyse spectrale d'une bande acoustique multistratifiée, partie 1 : Principe d'absorption limite pour une stratification simple, SIAM J. Math. Anal., 26 (1995) 880–924.

[2] Dunford N., Schwartz J.T., Linear Operators, Part II : Spectral Theory, Self Adjoint Operators in Hilbert Space, Pure and Applied Mathematics, Interscience Publishers, New York, 1963.

[3] Reed S., Simon B., Methods of modern mathematical physics, Tome 4: Analysis of Operators, Academic Press, London, 1978.

[4] Agmon S., Spectral properties of Schrödinger operators and scattering theory, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, 2 (1975) 151–218.